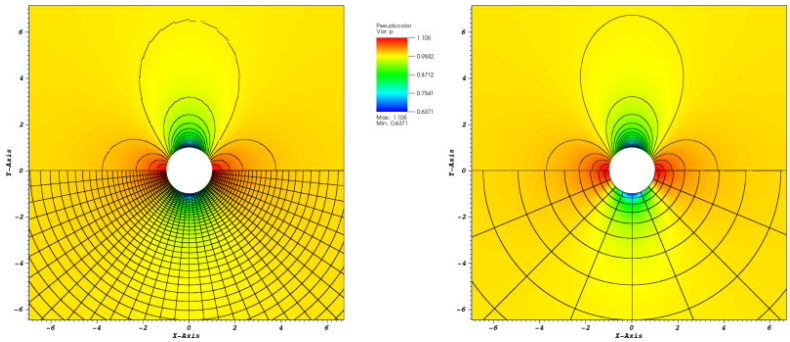
# *Andauernde Weiterentwicklung eines Frameworks für numerische Simulationen auf Basis von Discontinuous Galerkin-Methoden*



## Introduction

In den Ingenieurswissenschaften tritt eine Vielzahl von Problemstellungen auf, welche sich nur durch partielle Differentialgleichungen realitätsnah beschreiben lassen. Die wohl bekanntesten Vertreter dieses Gleichungstyps sind die Maxwell-Gleichungen zur Beschreibung von elektromagnetischen Feldern, die Schrödinger-Gleichung zur Beschreibung von quantenmechanischen Systemen und die NavierStokes Gleichungen der Strömungsdynamik. Alle diese Beispiele besitzen die Gemeinsamkeit, dass für praxisrelevante Geometrien und Materialparameter keine exakten Lösungen bekannt sind, so dass diese im Rahmen von numerischen Simulationen auf einer Gitterbeschreibung des Problems annähernd berechnet werden müssen. Sowohl die Genauigkeit als auch der Rechenaufwand einer solchen Simulation wird maßgeblich durch das verwendete Diskretisierungsschema und die Auflösung bestimmt.

## Methods

Unter Auflösung versteht man hierbei die Anzahl der Gitterpunkte in Raum und Zeit, welche im Kontext der Strömungsdynamik im übertragenen Sinne als „Messpunkte“ für die lokalen Geschwindigkeiten und den Druck verstanden werden können. Von zentralem Interesse bei solchen Verfahren ist die Konvergenzrate, welche die Abnahme des Fehlers bei einer Verfeinerung des Gitters beschreibt. In der Industrie werden zurzeit hauptsächlich Verfahren mit quadratischer Konvergenz eingesetzt, d.h. durch die Verdopplung der Auflösung in jede Raumrichtung wird der Fehler um den Faktor 4 (=22) reduziert. Anderseits wächst der Rechenaufwand für dreidimensionale Simulationen in diesem Fall mindestens um den Faktor 8 (=23), so dass sehr schnell die Grenzen des technisch machbaren erreicht werden. Am Fachgebiet

### Researchers
Dr.-Ing. Björn Müller, Dr.-Ing. Florian Kummer, Dr.-Ing. Benedikt Klein, Martin Karcher, Dr.-Ing. Stephan Krämer-Eis and Dr.-Ing. Thomas Utz

### Principal Investigator
Prof. Dr.-Ing. habil. Martin Oberlack

### Project Term
2015 - 2015

### Project Areas
Heat Energy Technology, Thermal Machines, Fluid Mechanics

### Clusters
Lichtenberg Cluster Darmstadt

### Software
BoSSS

### Institute
Chair of Fluid Dynamics

### University
Technische Universität Darmstadt

Strömungsdynamik werden aus diesem Grunde seit einiger Zeit sog. Discontinuous Galerkin-Methoden eingesetzt, welche prinzipiell beliebig hohe Konvergenzraten erreichen können. Auch hier steigt der Rechenaufwand unter Gitterverfeinerung natürlich um den gleichen Faktor, aber der Zugewinn an Genauigkeit ist bei weitem größer (Abbildung 1). Zusätzlich zum Berechnungsaufwand spielt insbesondere im wissenschaftlichen Kontext der Implementierungsaufwand eine nicht zu vernachlässigende Rolle, da die Verwendung von Supercomputern erhebliche Anforderungen an die Fähigkeiten der Programmierer stellt. Um verschiedene Problemklassen und Lösungsansätze mit minimalen Mehraufwand behandeln zu können wird am Fachgebiet Strömungsdynamik daher seit einigen Jahren das Software-Framework BoSSS (Bounded Support Spectral Solver) stetig weiterentwickelt [1-9]. Das Framework erlaubt es Ingenieuren mit geringen Vorkenntnissen im Bereich der Software-Entwicklung in kürzester Zeit leistungsfähige, problemspezifische Applikationen zu implementieren.

## Results

Auf Basis dieses Frameworks konnten inzwischen Lösungsalgorithmen für eine breite Klasse von Problemen entwickelt und mit Hilfe des Lichtenberg-Hochleistungsrechner anhand von geeigneten Testfällen verifiziert werden. Ein klassisches Beispiel ist die dreidimensionale Umströmung von Festkörpern mit inkompressiblen Medien wie Wasser (Abbildung 2), welche als Startpunkt für physikalisch anspruchsvollere Anwendungen gesehen werden kann. Beispiele sind die Simulation von Strömungen, die sich aufgrund von temperaturabhängigen Materialparametern (wie Dichte und Viskosität) in flüssigen Medien einstellen (Abbildung 3), sowie die Untersuchung des Einflusses von starken elektrischen Feldern auf Wassertropfen (Abbildung 4), welche für die Lebensdauer von Hochspannungsisolatoren eine maßgebliche Rolle spielen.

## Figures



JUSTUS-LIEBIG-UNIVERSITÄT GIESSEN
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
UNIKASSEL VERSITÄT
Philipps Universität Marburg

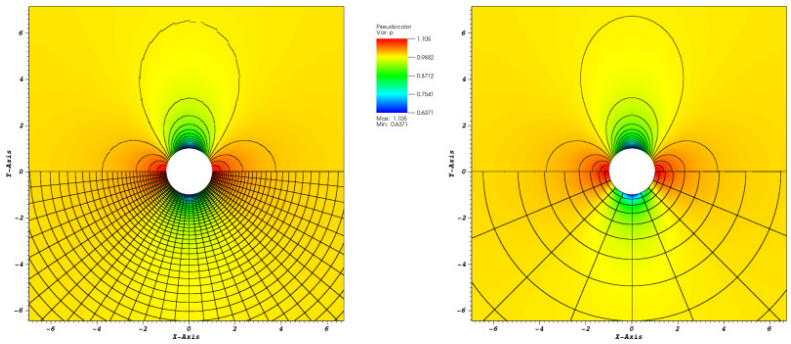


Abb. 1

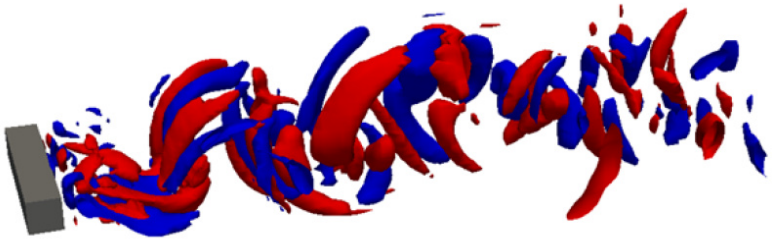


Abb. 2

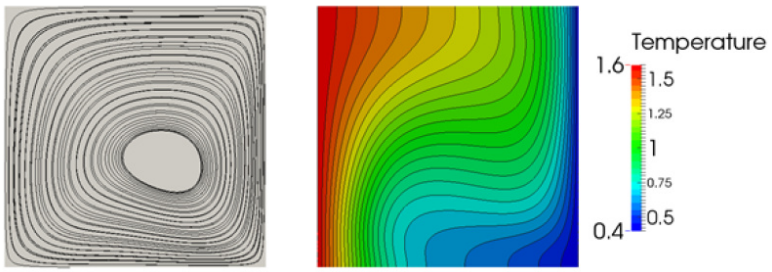



Abb.3

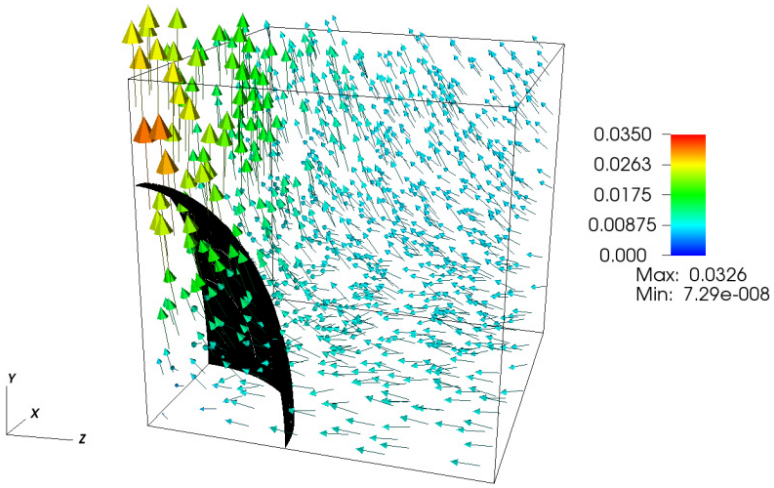



Abb. 4



JUSTUS-LIEBIG-UNIVERSITÄT GIESSEN
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
UNIKASSEL VERSITÄT
Philipps Universität Marburg

## Reference

[1] F. Kummer (2012), PhD thesis: The BoSSS Discontinuous Galerkin solver for incompressible fluid dynamics and an extension to singular equations, TU Darmstadt. https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/2889

[2] B. Müller, F. Kummer, M. Oberlack, and Y. Wang (2012), Simple multidimensional integration of discontinuous functions with application to level set methods, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 92, 7: 637–651. https://doi.org/10.1002/nme.4353

[3] F. Kummer and M. Oberlack (2013), An Extension of the Discontinuous Galerkin Method for the Singular Poisson Equation, SIAM Journal on Scientific Computing, 35, 2: A603–A622. https://doi.org/10.1137/120878586

[4] B. Müller, F. Kummer, and M. Oberlack (2013), Highly accurate surface and volume integration on implicit domains by means of moment-fitting, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 96, 8: 512–528. https://doi.org/10.1002/nme.4569

[5] B. Klein, F. Kummer, and M. Oberlack (2013), A SIMPLE based discontinuous Galerkin solver for steady incompressible flows, Journal of Computational Physics, 237: 235–250. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2012.11.051

[6] B. Müller (2014), PhD thesis: Methods for higher order numerical simulations of complex inviscid fluids with immersed boundaries, TU Darmstadt. http://d-nb.info/1108094392/34

[7] R. Mousavi (2014), PhD thesis: Level Set Method for Simulating the Dynamics of the Fluid-Fluid Interfaces: Application of a Discontinuous Galerkin Method, TU Darmstadt. https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/3872

[8] N. Emamy (2014), PhD thesis: Numerical simulation of deformation of a droplet in a stationary electric field using DG, TU Darmstadt. https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/3471

[9] B. Klein, F. Kummer, M. Keil, and M. Oberlack (2015), An extension of the SIMPLE based discontinuous Galerkin solver to unsteady incompressible flows, International Journal for Numerical Methods in Fluids. https://doi.org/10.1002/fld.3994

## *Last Update:* 2022-08-12 11:30